

НЕЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ СКОРОСТИ СЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В УСЛОВИЯХ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО УДАРА

Авторы:

Стефанюк Е.В., Кудинов И.В.,
Угланов Д.А., Панова В.А.,
Шиманов А.А.

Докладчик:
Панова В.А.

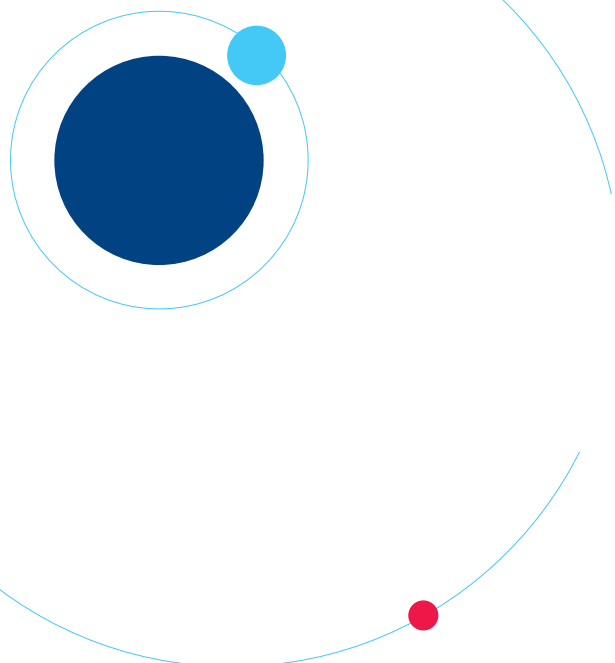
Вывод уравнения

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial v}{\partial t} - c^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$c^2 \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \tau_1 \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial t} \right) = \tau_1 \frac{\partial^3 v}{\partial t^3} + (1 + 2a\tau_1) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + 2a \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2)$$

Краевые условия:

$$v(x, 0) = v_0 \quad \frac{\partial v(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial^2 v(x, 0)}{\partial t^2} = 0 \quad \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} = 0 \quad v(l, t) = 0$$



Безразмерные коэффициенты

$$\Theta = \frac{v}{v_0} \quad \xi = \frac{x}{l} \quad \text{Fo} = \frac{ct}{l} \quad F_1 = \frac{c\tau_1}{l} \quad F_2 = \frac{2al}{c} \quad (3)$$

Постановка задачи в безразмерном виде

$$F_1 \frac{\partial^3 \Theta}{\partial \text{Fo}^3} + (1 + F_1 F_2) \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \text{Fo}^2} + F_2 \frac{\partial \Theta}{\partial \text{Fo}} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + F_1 \frac{\partial^3 \Theta}{\partial \xi^2 \partial \text{Fo}} \quad \text{Fo} > 0 \quad (4)$$
$$0 < \xi < 1$$

$$\Theta(\xi, 0) = 1 \quad \frac{\partial \Theta(\xi, 0)}{\partial \text{Fo}} = 0 \quad \frac{\partial^2 \Theta(\xi, 0)}{\partial \text{Fo}^2} = 0 \quad \frac{\partial \Theta(0, \text{Fo})}{\partial \xi} = 0 \quad \Theta(1, \text{Fo}) = 0$$

Точное аналитическое решение

$$\Theta(\xi, Fo) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(Fo) \psi_k(\xi) \quad \psi_k(\xi) = \cos\left(r \frac{\pi}{2} \xi\right) \quad (5)$$

$$(r = 2k - 1)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} [F_1 \varphi_k''' + (1 + F_1 F_2) \varphi_k'' + (F_2 + F_1 \mu_k) \varphi_k' + \mu_k \varphi_k] = 0 \quad (6)$$

$$F_1 \varphi_k''' + f_1 \varphi_k'' + f_2 \varphi_k' + \mu_k \varphi_k = 0 \quad (7)$$

$$F_1 z^3 + f_1 z^2 + f_2 z + \mu_k = 0 \quad (8)$$

$$z_1 = \frac{f_1}{F_1} \left[\frac{B_1}{6} - \frac{2B_2}{3B_1} - \frac{1}{3} \right] \quad z_{2,3} = \frac{f_1}{F_1} \left[\frac{B_2}{3B_1} - \frac{B_1}{12} - \frac{1}{3} \pm i\sqrt{3} \left(\frac{B_1}{6} + \frac{2B_2}{3B_1} \right) \right]$$

$$\varphi_k(\text{Fo}) = C_{1k} e^{z_1 \text{Fo}} + C_{2k} e^{z_2 \text{Fo}} + C_{3k} e^{z_3 \text{Fo}} \quad (9)$$

$$\Theta(\xi, \text{Fo}) = \sum_{k=1}^{\infty} (C_{1k} e^{z_1 \text{Fo}} + C_{2k} e^{z_2 \text{Fo}} + C_{3k} e^{z_3 \text{Fo}}) \cos\left(r \frac{\pi}{2} \xi\right) \quad (10)$$

$$C_{1k} = 4z_{3k} z_{2k} \sin \eta / [(z_{3k} - z_{1k})(z_{2k} - z_{1k})r\pi] \quad (11)$$

$$C_{2k} = -4z_{3k} z_{1k} \sin \eta / [(z_{3k} - z_{2k})(z_{2k} - z_{1k})r\pi] \quad (12)$$

$$C_{3k} = 4z_{1k} z_{2k} \sin \eta / [(z_{3k} - z_{1k})(z_{3k} - z_{2k})(2 \cos \eta \sin \eta + r\pi)] \quad (13)$$

Результаты расчетов

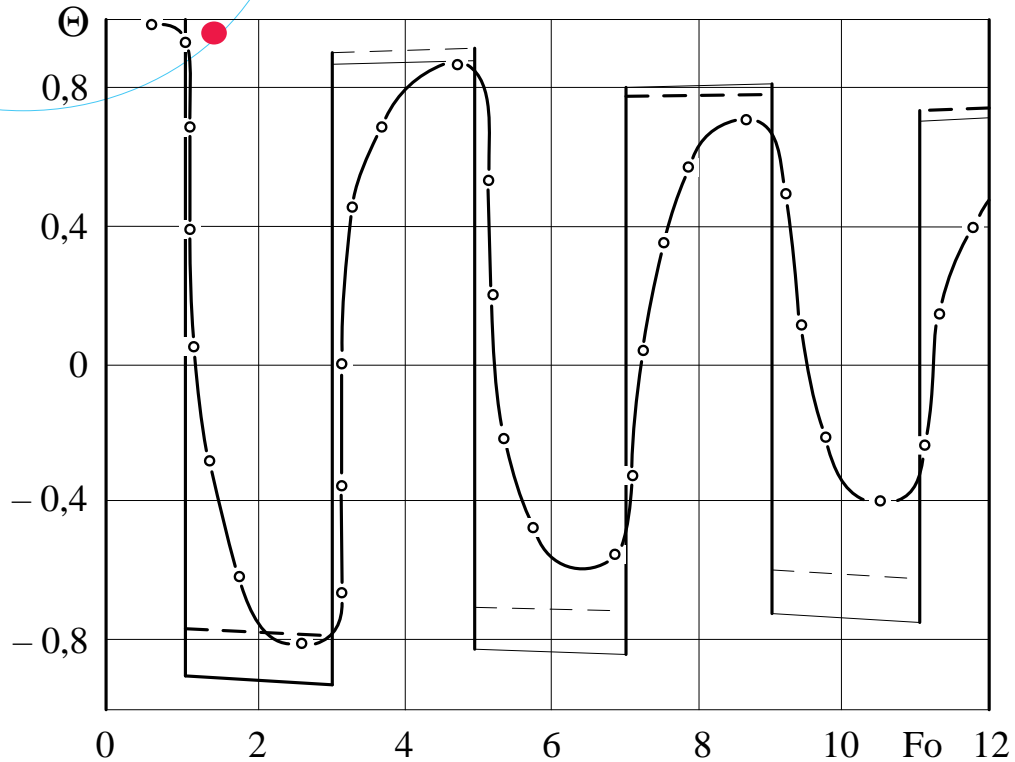


Рис. 1. Распределение скорости при гидравлическом ударе . — расчет по полученной формуле — — по методу Чарного И.А.; —○— — эксперимент

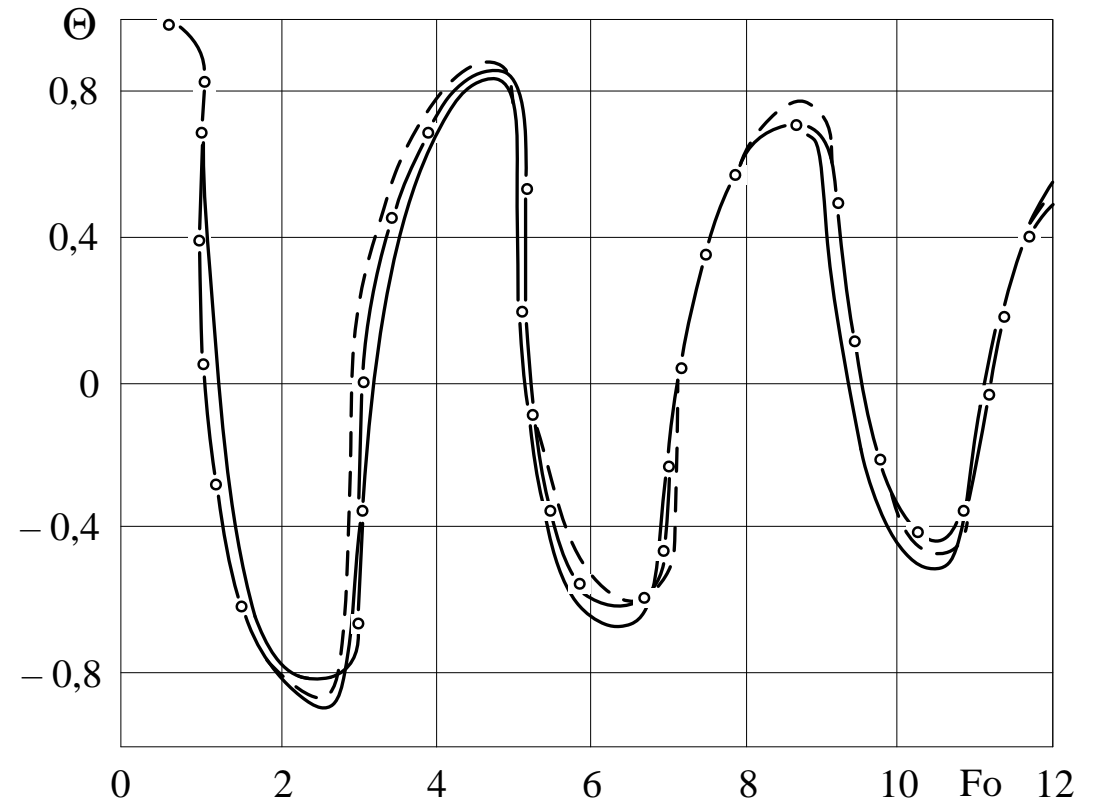
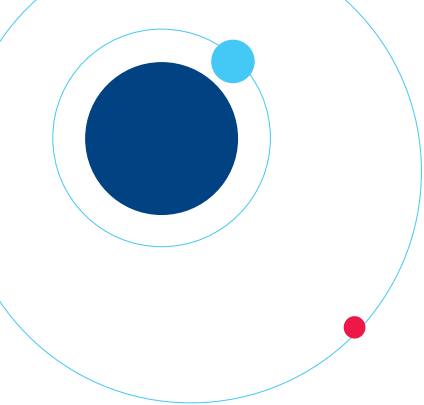


Рис. 2. Распределение скорости при гидравлическом ударе . — расчет по полученной формуле; — — по методу Чарного И.А.; —○— — эксперимент



Результаты

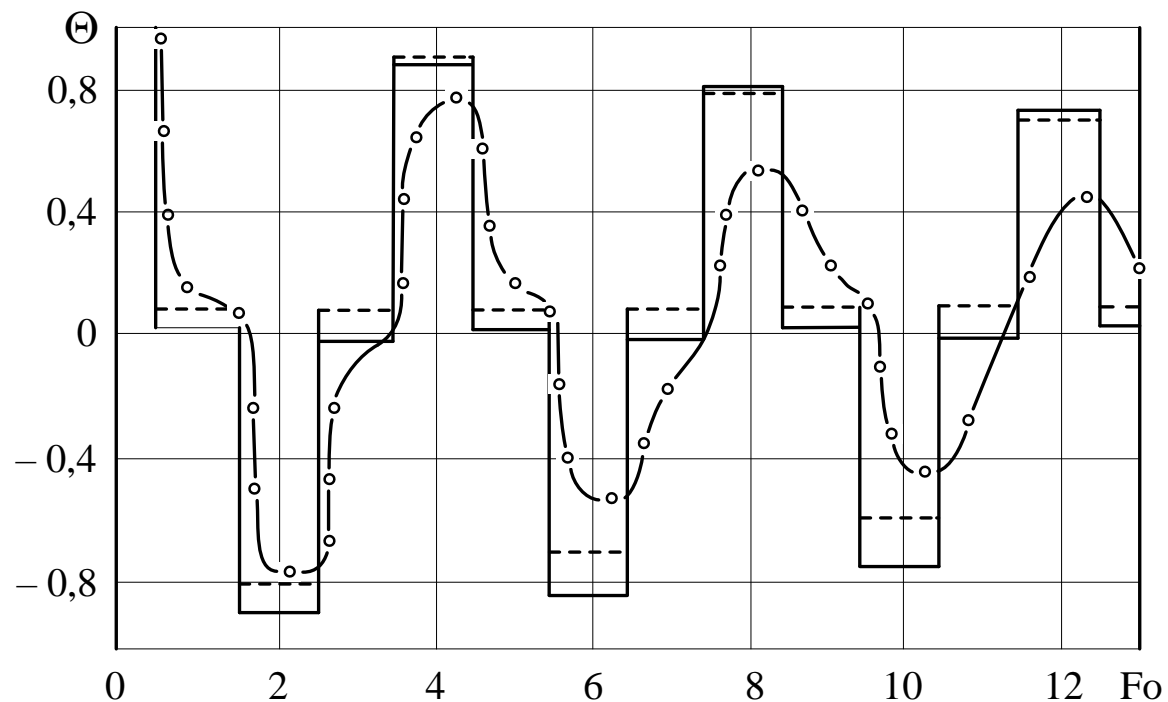


Рис. 3. Распределение скорости при гидравлическом ударе . — расчет по полученной формуле — по методу Чарного И.А.; — \circ — — эксперимент

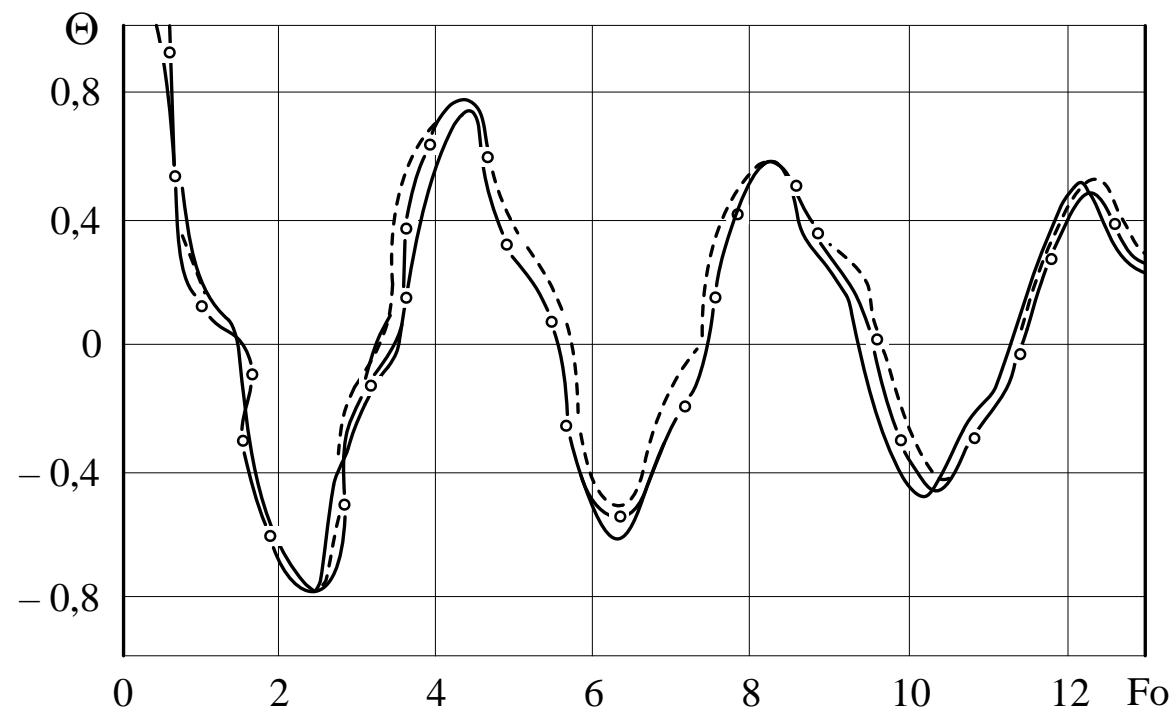


Рис. 4. Распределение скорости при гидравлическом ударе . — расчет по полученной формуле; — по методу Чарного И.А.; — \circ — — эксперимент



СПАСИБО

Самарский государственный
технический университет

<https://samgtu.ru/>