

КГЭУ

Министерство науки и высшего образования
Казанский государственный энергетический университет



Диссипативная математическая модель теплоотдачи в каналах с интенсификаторами процесса

д.т.н., профессор Лаптев А.Г.,
к.т.н. Фарахов Т.М.,
к.т.н., доцент Лаптева Е.А.



КГЭУ

Цель данной работы является получение расчетных зависимостей для среднего касательного напряжения трения и числа Нуссельта в теплообменных аппаратах с поверхностными интенсификаторами процесса, обеспечивающие переход от ламинарного режима течения вязких сред к турбулентному.

Для расчета коэффициента теплоотдачи используем выражение

$$\alpha = \frac{\rho c_p u_*}{\left[R_1 + \frac{1}{\chi} \ln R_\delta \right] Pr^m} \quad (1)$$

где для плоской гладкой поверхности $R_1 = 5.31$ – безразмерная толщина вязкого подслоя; $R_\delta = u_* \delta / \nu$ – безразмерная толщина пограничного слоя; δ – толщина пограничного слоя, м; u_* – динамическая скорость, м/с; $\chi = 0.4$ – константа турбулентности; ρ – плотность среды, кг/м³; c_p – удельная теплоемкость среды, Дж/(кг К); α – коэффициент теплоотдачи, Вт/м² К, $m = 0,67$.



КГЭУ

Скорость диссипации энергии в несжимаемой жидкости, обусловленной вязкостью, при градиенте скорости du / dy , записывают в виде

$$\varepsilon = \frac{de}{dy} = \tau \frac{du}{dy}, \quad (2)$$

где e – плотность потока энергии, $e = \tau u$; Па м/с; τ – касательное напряжение, Па;

u – скорость среды, м/с; y – поперечная координата к стенке канала, м.

В выражении (2) производную запишем из потока импульса в виде

$$\tau = -\rho(\nu + \nu_T(y)) \frac{du}{dy} \quad (3)$$

тогда имеем

$$\frac{du}{dy} = \frac{\tau}{\rho(\nu + \nu_T(y))}, \quad (4)$$

где ν, ν_T - коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости, м²/с.



Скорость диссипации энергии получит вид

$$\varepsilon = \frac{\tau^2}{\rho(v + v_T(y))}. \quad (5)$$

Отсюда запишем среднее значение скорости диссипации энергии в пограничном слое толщиной δ

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \frac{\tau^2 dy}{\rho(v + v_T(y))}. \quad (6)$$

В результате численного интегрирования получено среднее значение ($50 \leq R_\delta \leq 4000$)

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\tau_{ст}^2 (R_1 + 2.5 \ln R_\delta)}{\rho v R_\delta}. \quad (7)$$

Отсюда среднее касательное напряжение на стенке канала

$$\tau_{гр} = \sqrt{\frac{\bar{\varepsilon} \rho v R_\delta}{R_1 + 2.5 \ln R_\delta}} \quad (8)$$



и среднее значение динамической скорости $u_* = \sqrt{\tau_{\text{гр}} / \rho}$ запишется в виде

$$u_* = \left(\frac{\bar{\varepsilon} R_\delta v}{\rho(R_1 + 2.5 \ln R_\delta)} \right)^{1/4}. \quad (9)$$

Скорость диссипации энергии в пограничном слое трубы выразим через перепад давления

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\Delta P S u_{\text{ср}}}{V_\delta}, \quad (10)$$

где S – площадь поперечного сечения трубы, м^2 ; V_δ – объем пограничного слоя, м^3 ;
 ΔP – перепад давления, Па; $u_{\text{ср}}$ – средняя скорость, м/с.

Из (9) и (10) получим динамическую скорость

$$u_* = \left[\frac{\Delta P S u_{\text{ср}} R_\delta v}{\rho V_\delta (R_1 + 2.5 \ln R_\delta)} \right]^{1/4}, \quad (11)$$

где $V_\delta = \pi H [d^2 - (d - 2\delta)^2] / 4$ – объем пограничного слоя в трубе, м^3 ; d – внутренний диаметр трубы, м; H – длина трубы, м; $\delta = R_\delta v / u_*$, м. Среднее значение $R_\delta \approx 0,25 u_* d / v$.



Выражение для расчета R_1 в пограничном слое с возмущениями получено в виде

$$R_1 = 5.31 u_{*o} / u_*, \quad (12)$$

где u_{*o} – динамическая скорость в гладком канале, м/с.

Для числа Нуссельта ($Nu = \alpha d / \lambda$) в канале с интенсификаторами на основе выражения (1),

(12) запишем (λ – коэффициент теплопроводности среды, Вт/м К)

$$Nu = \frac{u_* d}{\nu} \cdot \frac{Pr^{1-m}}{5.31 \frac{u_{*o}}{u_*} + 2.5 \ln(0.25 u_* d / \nu)}, \quad (13)$$

где u_* вычисляется по формуле (11) с начальным приближением $u_* = u_{cp} \sqrt{\xi / 8}$ с значением ξ в канале с интенсификаторами, а значение $u_{*o} = u_{cp} \sqrt{0,316 / (8 Re^{0.25})}$

$Re = u_{cp} d / \nu$; $m = 0,67$.

Результаты расчетов по (13) на рис. 1, 2.

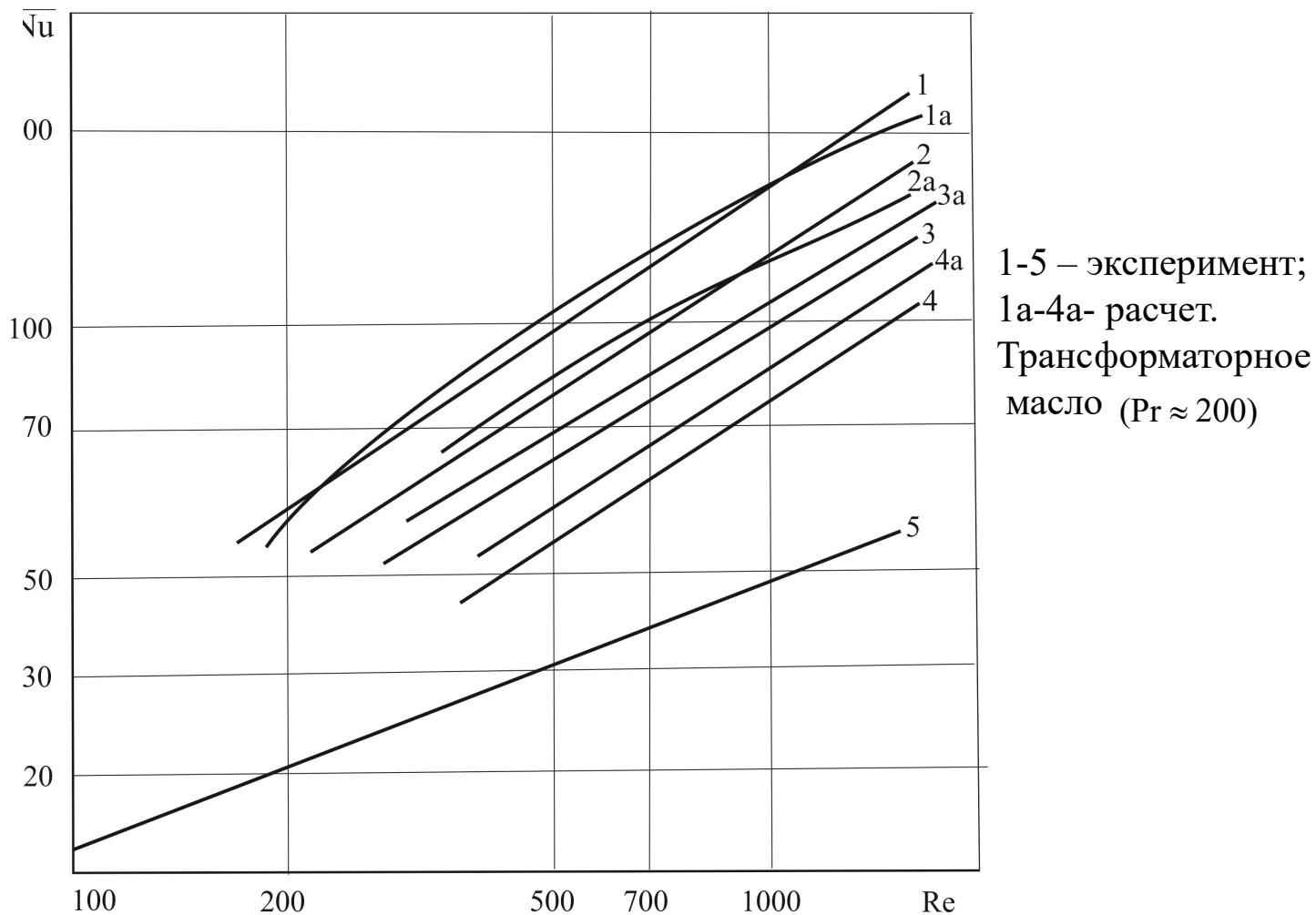


Рисунок 1. Влияние числа Рейнольдса на теплообмен в трубах с проволочными вставками:

- 1 – $d_o/d = 0.171$, $h/d = 0.714$; 2 – $d_o/d = 0.171$, $h/d = 2.86$; 3 – $d_o/d = 0.107$, $h/d = 1.786$;
4 – $d_o/d = 0.0714$, $h/d = 1.786$; 5 – гладкая труба. ($d_o = d - 2k$; h – шаг между выступами)



КГЭУ

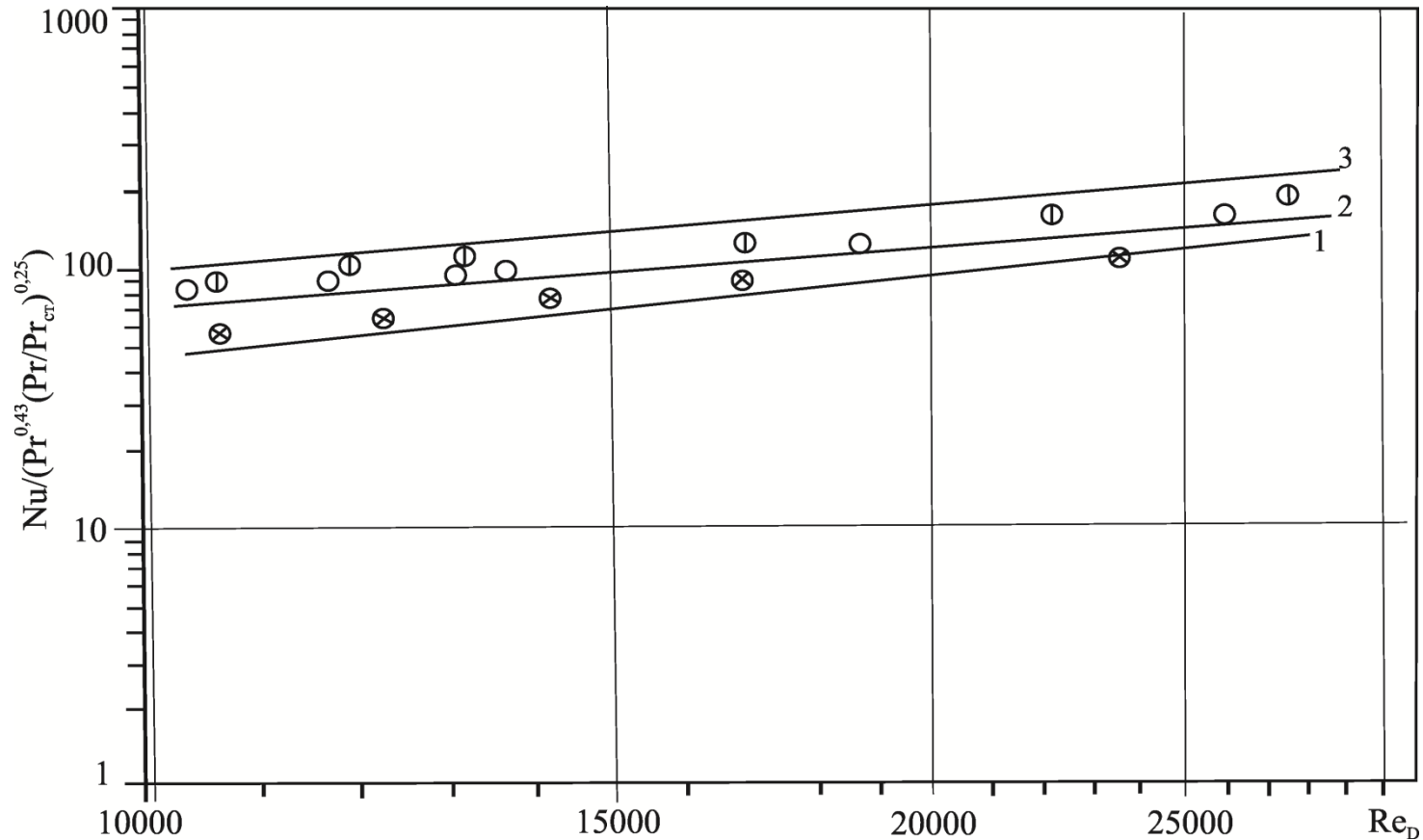


Рисунок 2. Данные по безразмерному комплексу теплоотдачи в канале с кольцевыми выступами $d = 0.01$ м с кольцевыми выступами. Линии- расчет (13) ; точки- эксперимент.

1 – $k = 0.7 \cdot 10^{-3}$, м; $d_0/d = 0.86$; 2 – $k = 0.45 \cdot 10^{-3}$, м; $d_0/d = 0.91$; 3 – $k = 0.15 \cdot 10^{-3}$, м; $d_0/d = 0.97$;



КГЭУ

Заключение

В результате применения известных выражений для скорости диссипации энергии и модели турбулентного пограничного слоя получены новые зависимости для определения среднего касательного напряжения на стенках каналов с поверхностными интенсификаторами теплоотдачи и среднего числа Нуссельта. Показало согласование результатов расчетов с экспериментальными данными. Полученные выражения позволяют находить теплогидравлических характеристики теплообменников на основе известного перепада давления.